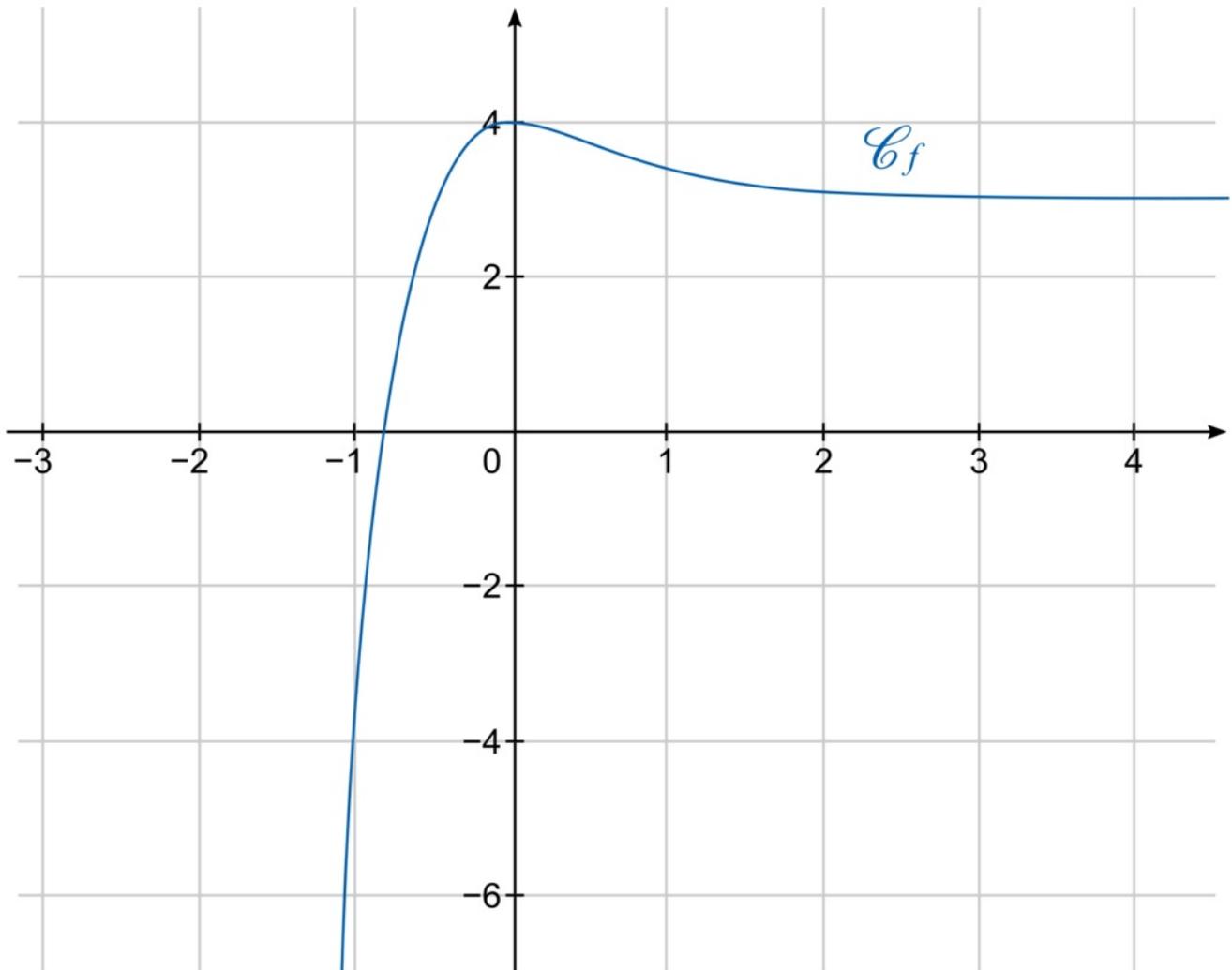


## Énoncé

On désigne par  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 3$ .



1. Calculer les limites de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .
2. Déterminer la dérivée de la fonction  $f$ .
3. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ , puis dresser son tableau de variations.
4. On note  $f''$  la fonction dérivée de  $f'$ . Déterminer  $f''(x)$ .
5.
  - a. Faire le tableau de signe de  $f''(x)$ .
  - b. En déduire les coordonnées du point d'inflexion.
  - c. Donner la convexité de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

### La bonne méthode

1. Développer pour obtenir  $f(x) = \frac{2x}{e^{2x}} + e^{-2x} + 3$  pour la limite en  $+\infty$ .
2. Utiliser la dérivée du produit de deux fonctions.
3. Étudier le signe de  $f'(x)$  en faisant un tableau de signes.
4. Même technique que la question 2.
- 5.

- a. Factoriser la dérivée seconde par  $e^{-2x}$ .
  - b. Chercher les valeurs qui annulent  $f''(x)$ .
  - c. Regarder le signe de  $f''(x)$ .
-