

Énoncé

Exercice sur 4 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n}$$

Affirmation 1 : La suite (u_n) converge vers $\frac{5}{3}$.

2. On considère la suite (w_n) définie par :

$$w_0 = 0 \text{ et, pour tout entier naturel } n, w_{n+1} = 3w_n - 2n + 3.$$

Affirmation 2 : Pour tout entier naturel n , $w_n \geq n$.

3. On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$, dont la courbe représentative C_f est donnée dans un repère orthonormé sur la figure (fig. 1) en page 5. On précise que :

- T est la tangente à C_f au point A d'abscisse 8 ;
- l'axe des abscisses est la tangente horizontale à C_f au point d'abscisse 1.

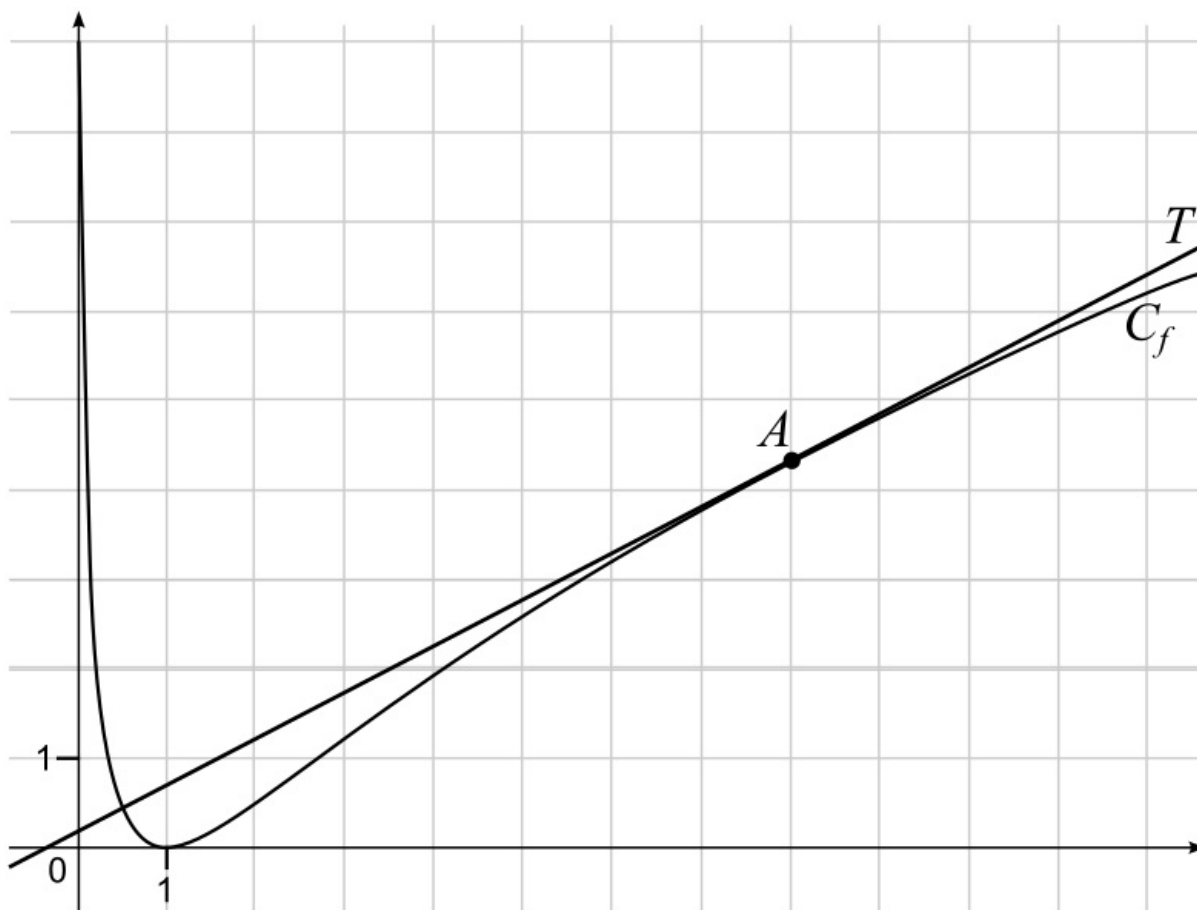


Fig. 1

Affirmation 3 : D'après le graphique, la fonction f est convexe sur son ensemble de définition.

4. **Affirmation 4 :** Pour tout réel $x > 0$, $\ln(x) - x + 1 \leq 0$, où $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.