Énoncé

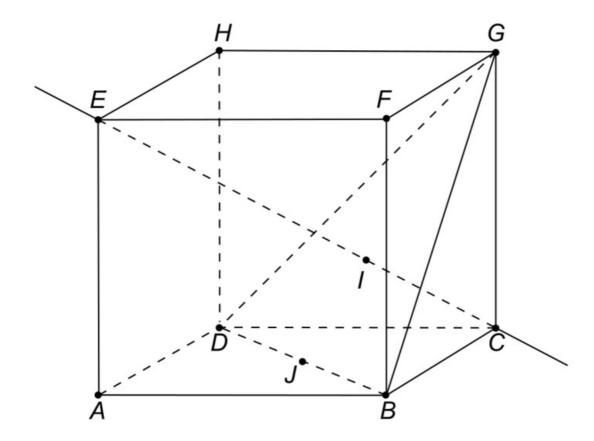
Exercice sur 5 points

On considère le cube ABCDEFGH d'arête 1.

On appelle I le point d'intersection du plan (GBD) avec la droite (EC).

L'espace est rapporté au repère orthonormé (

$$\stackrel{A}{;} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$$
).



- 1. Donner dans ce repère les coordonnées des points E, C, G.
- 2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EC).
- 3. Démontrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (GBD).
- 4. a. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (GBD) est : x + y z 1 = 0.
- b. Montrer que le point I a pour coordonnées $(\frac{2}{3}\,;\,\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3})$.
- c. En déduire que la distance du point E au plan (GBD) est égale à $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
- 5. a. Démontrer que le triangle BDG est équilatéral.
- b. Calculer l'aire du triangle BDG. On pourra utiliser le point J, milieu du segment [BD].
- 6. Justifier que le volume du tétraèdre *EGBD* est égal à $\frac{1}{3}$.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par : $V = \frac{1}{3}Bh$ où B est l'aire d'une base du tétraèdre et b est la bauteur relative à cette base.