

Énoncé

Exercice sur 5 points

Une entreprise a créé une foire aux questions (« FAQ ») sur son site internet. On étudie le nombre de questions qui y sont posées chaque mois.

Partie A : Première modélisation

Dans cette partie, on admet que chaque mois :

- 90 % des questions déjà posées le mois précédent sont conservées sur la FAQ ;
- 130 nouvelles questions sont ajoutées à la FAQ.

Au cours du premier mois, 300 questions ont été posées.

Pour estimer le nombre de questions, en centaines, présentes sur la FAQ le n -ième mois, on modélise la situation ci-dessus à l'aide de la suite (u_n) définie par :

$$u_1 = 3 \text{ et, pour tout entier naturel } n$$

$$\geq$$

$$1, u_{n+1} = 0,9u_n + 1,3.$$

1. Calculer u_2 et u_3 , et proposer une interprétation dans le contexte de l'exercice.

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$:

$$u^n = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n$$

3. En déduire que la suite (u_n) est croissante.

4. On considère le programme ci-dessous, écrit en langage Python.

def seuil(p) :

n = 1

u = 3

while u <= p :

n = n + 1

u = 0.9 * u + 1.3

return n

Déterminer la valeur renvoyée par la saisie de seuil(8.5) et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.

Partie B : Une autre modélisation

Dans cette partie, on considère une seconde modélisation à l'aide d'une nouvelle suite (v_n) définie pour tout entier naturel n

$$\geq$$

1 par :

$$v_n = 9 - 6 \times e^{-0,19 \times (n-1)}$$

Le terme v_u est une estimation du nombre de questions, en centaines, présentes le n -ième mois sur la FAQ.

1. Préciser les valeurs arrondies au centième de v_1 et v_2 .

2. Déterminer, en justifiant la réponse, la plus petite valeur de n telle que $v_n > 8,5$.

Partie C : Comparaison des deux modèles

1. L'entreprise considère qu'elle doit modifier la présentation de son site lorsque plus de 850 questions sont présentes sur la FAQ. Parmi ces deux modélisations, laquelle conduit à procéder le plus tôt à cette modification ? Justifier votre réponse.

2. En justifiant la réponse, pour quelle modélisation y a-t-il le plus grand nombre de questions sur la FAQ à long terme ?