

Énoncé

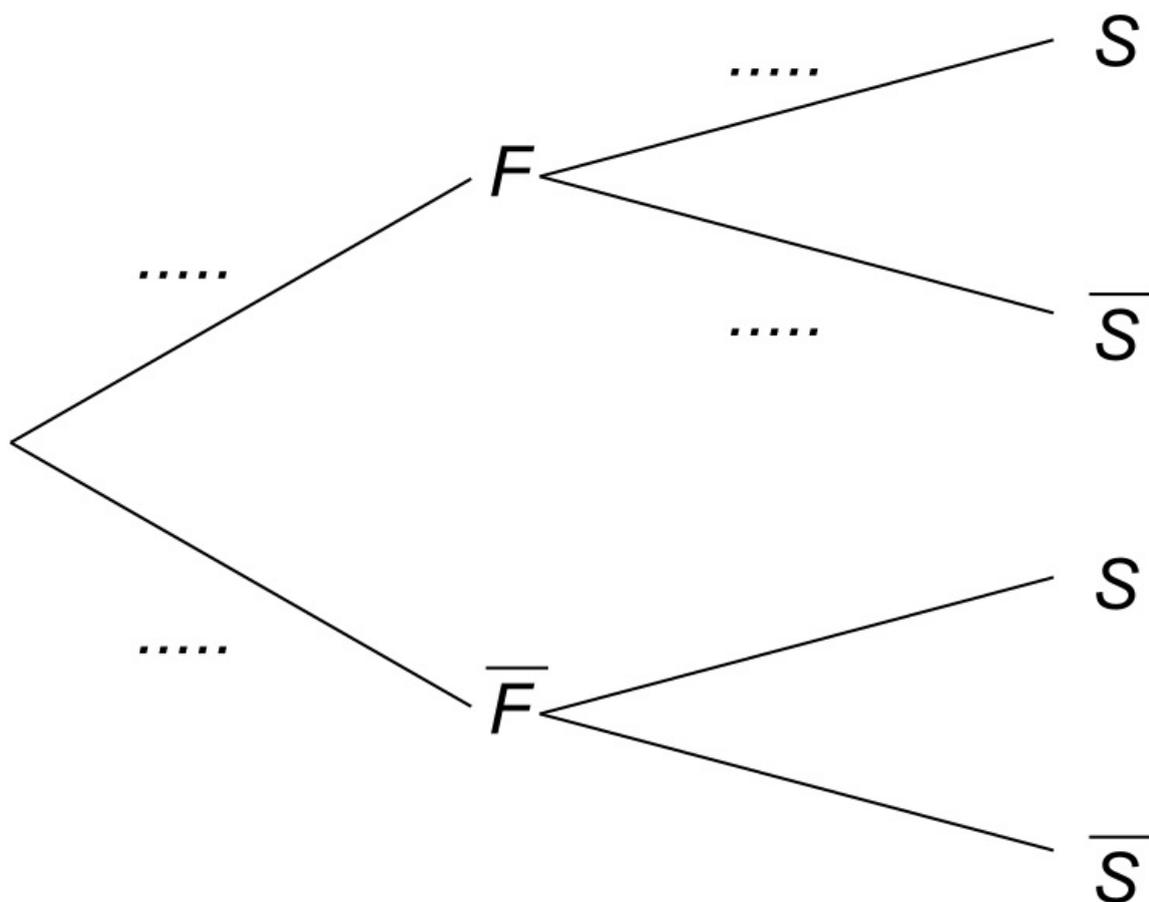
Exercice sur 7 points

Le directeur d'une grande entreprise a proposé à l'ensemble de ses salariés un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel. Ce stage a été suivi par 25 % des salariés.

1. Dans cette entreprise, 52 % des salariés sont des femmes, parmi lesquelles 40 % ont suivi le stage. On interroge au hasard un salarié de l'entreprise et on considère les évènements :

- F : « le salarié interrogé est une femme »,
- S : « le salarié interrogé a suivi le stage ».

\bar{F} et \bar{S} désignent respectivement les évènements contraires des évènements F et S .



1. a. Donner la probabilité de l'évènement S .

Il n'y a pas de calcul compliqué à faire ici, c'est la première question de l'exercice. Il faut bien lire l'énoncé et comprendre ce que symbolise l'évènement S .

1. b. Recopier et compléter les pointillés de l'arbre pondéré ci-contre sur les quatre branches indiquées.

Il ne faut pas justifier les réponses, juste faire attention aux valeurs données dans l'énoncé et bien noter les valeurs en écriture décimale sur les branches.

1. c. Démontrer que la probabilité que la personne interrogée soit une femme ayant suivi le stage est égale à 0,208.

On cherche dans cette question la valeur d'une probabilité qui regroupe deux informations. Il faut donc utiliser la formule de la probabilité d'une intersection.

1. d. On sait que la personne interrogée a suivi le stage. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

On cherche dans cette question la valeur d'une probabilité qui dépend d'une information forcément vraie. Il faut donc utiliser la formule de Bayes donnant la valeur d'une probabilité conditionnelle.

1. e. Le directeur affirme que, parmi les hommes salariés de l'entreprise, moins de 10 % ont suivi le stage. Justifier l'affirmation du directeur.

On cherche à nouveau dans cette question la valeur d'une probabilité qui regroupe deux informations. Il faut donc utiliser la formule de

la probabilité d'une intersection.

Comme on connaît moins d'informations, il faut utiliser la formule des probabilités totales pour obtenir la probabilité de l'évènement complémentaire à celui connu. Ensuite, on peut utiliser la formule de Bayes pour finir la justification.

2. On note X la variable aléatoire qui, à un échantillon de 20 salariés de cette entreprise choisis au hasard, associe le nombre de salariés de cet échantillon ayant suivi le stage. On suppose que l'effectif des salariés de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

2. a. Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X .

Il y a peu de lois de probabilité à bien connaître. Ici, on reconnaît un schéma qui se répète un certain nombre de fois dans les mêmes conditions, ce qui permet de répondre.

2. b. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que 5 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.

On utilise les formules du cours, croisées avec celle de la loi obtenue à la question précédente, pour calculer la probabilité cherchée à cette question.

2. c. Le programme ci-dessous, écrit en langage Python, utilise la fonction **binomiale** (i, n, p) créée pour l'occasion qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p .

```
def proba(k):  
    P = 0  
    for i in range(0, k+1):  
        P = P + binomiale(i, 20, 0.25)  
    return P
```

Déterminer, à 10^{-3} près, la valeur renvoyée par ce programme lorsque l'on saisit `proba(5)` dans la console Python. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Il faut commencer par interpréter en termes de probabilité ce que fait ce programme Python. Ensuite, il faut obtenir la valeur approchée grâce à la calculatrice et enfin interpréter la valeur par rapport à l'exercice.

2. d. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au moins 6 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.

Il faut penser à utiliser l'évènement contraire à celui de cette question dont on connaît la valeur grâce aux questions précédentes.

3. Cette question est indépendante des questions 1 et 2.

Pour inciter les salariés à suivre le stage, l'entreprise avait décidé d'augmenter les salaires des salariés ayant suivi le stage de 5 %, contre 2 % d'augmentation pour les salariés n'ayant pas suivi le stage.

Quel est le pourcentage moyen d'augmentation des salaires de cette entreprise dans ces conditions ?

Vous pouvez procéder de plusieurs manières pour résoudre cette question. Elle est indépendante du reste de l'exercice, car elle ne traite plus de probabilités mais bien d'une situation de pourcentages. Il ne faut pas tomber dans le piège de la manipulation trop rapide des pourcentages, mais bien faire des essais concrets de calculs. C'est la meilleure manière de justifier la réponse.