

Énoncé

4 points

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.

La vaccination contre la grippe est possible ; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40 % de la population est vaccinée ;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe » ;

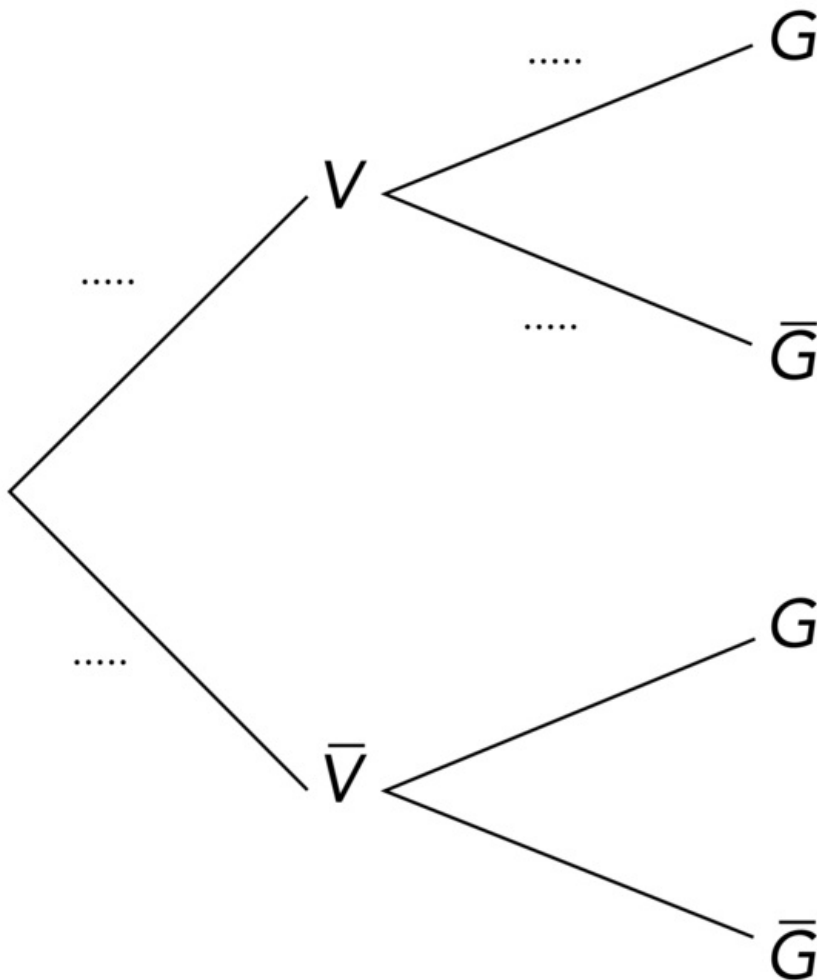
G : « la personne a contracté la grippe ».

1.

a) Donner la probabilité de l'événement G .

Extraire (sans calcul) dans l'énoncé la donnée correspondante.

b) Compléter les pointillés indiqués sur quatre branches de l'arbre pondéré.



Utiliser les données et la règle : la somme des probabilités issues d'un même nœud est égale à 1.

2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

Utiliser la règle : la probabilité d'un événement correspondant à un chemin est égale au produit des probabilités portées par les branches de ce chemin.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Utiliser la formule des probabilités conditionnelles, puis celle des probabilités totales.

Partie B

Dans cette partie, les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans cette ville.

Après la période hivernale, on interroge au hasard n habitants de la ville, en admettant que ce choix se ramène à n tirages successifs indépendants et avec remise. On suppose que la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la ville soit vaccinée contre la grippe est égale à 0,4.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?

Justifier que X suit une loi binomiale en précisant ses paramètres.

2. Dans cette question, on suppose que

$$n = 40$$

.

a) Déterminer la probabilité qu'exactly 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées.

b) Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée.

Utilisation de la calculatrice.

3. On interroge un échantillon de 3 750 habitants de la ville, c'est-à-dire que l'on suppose ici que

$$n = 3750$$

On note Z la variable aléatoire définie par : $Z = \frac{X-1500}{30}$.

On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire D peut être approchée par la loi normale centrée réduite.

En utilisant cette approximation, déterminer la probabilité qu'il y ait entre 1 450 et 1 550 individus vaccinés dans l'échantillon interrogé.

Transformer l'inégalité correspondante à X pour obtenir une inégalité avec Z et utiliser la calculatrice.