

Énoncé

Un jeu consiste à tirer simultanément 4 boules indiscernables au toucher d'un sac contenant une boule noire et 9 boules blanches, puis à lancer un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

- Si la boule noire est tirée, il faut obtenir un nombre pair avec le dé pour gagner ;
- si la boule noire n'est pas tirée, il faut obtenir un six avec le dé pour gagner.

On appelle N l'événement « la boule noire figure parmi les boules tirées » et G l'événement « le joueur gagne ».

1

a) Déterminer la probabilité de l'événement N .

b) Démontrer que la probabilité de l'événement G est égale à

$$\frac{3}{10}$$

. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

c) Le joueur ne gagne pas. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré la boule noire ?

2

Pour jouer à ce jeu, une mise de départ de m euros est demandée, où m est un réel strictement positif.

- Si le joueur gagne, il reçoit 4 euros ;
- s'il ne gagne pas mais qu'il a tiré la boule noire, le joueur récupère sa mise ;
- s'il ne gagne pas et qu'il n'a pas tiré la boule noire, le joueur perd sa mise.

On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction de m .

c) On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique de X est nulle. Déterminer m pour que le jeu soit équitable.

3 Soit n un entier naturel non nul.

On joue n fois à ce jeu sachant qu'après chaque partie les boules sont remises dans le sac. Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une fois est supérieure à 0,999.