

Énoncé

L'espace est rapporté à un repère orthonormal
($O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$)

.

Soit

\mathcal{P}

le plan d'équation

$$3x + y - z - 1 = 0$$

et

\mathcal{D}

la droite dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$$

où t désigne un nombre réel.

1

a) Le point $C(1; 3; 2)$ appartient-il au plan

\mathcal{P}

? Justifier.

b) Démontrer que la droite

\mathcal{D}

est incluse dans le plan

\mathcal{P}

.

2

Soit

\mathcal{Q}

le plan passant par le point C et orthogonal à la droite

\mathcal{D}

.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan

\mathcal{Q}

.

b) Calculer les coordonnées du point I , point d'intersection du plan

\mathcal{Q}

et de la droite

\mathcal{D}

.

c) Montrer que

$$CI = \sqrt{3}$$

.

3

Soit t un nombre réel et

M_t

le point de la droite

\mathcal{D}

de coordonnées

$$(-t + 1; 2t; -t + 2)$$

.

a) Vérifier que pour tout nombre réel t ,

$$CM_t^2 = 6t^2 - 12t + 9$$

.

b) Montrer que CI est la valeur minimale de CM_t lorsque t décrit l'ensemble des nombres réels.
