# Sujet national, juin 2017, exercice 1

## Énoncé

*(6 points)*
*Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième près.*

1. Un supermarché dispose de plusieurs caisses. Un client qui se présente à une caisse doit attendre un certain temps $T_1$ avant d'être pris en charge par le caissier. On considère que ce temps d'attente $T_1$, exprimé en minute, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 12].

a) Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge ?

Il s'agit de calculer $p = P(T_1$
$\geqslant$
5) où la variable aléatoire $T_1$ suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 12].

b) Quel est le temps moyen d'attente à une caisse ?

Rappelez-vous que l'espérance de la variable aléatoire $X$ qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[a ; b]$ ($a < b$) est $E(X) = \frac{a+b}{2}$.

2. Le gérant du magasin décide de mettre à disposition des clients des caisses automatiques, de façon à réduire le temps d'attente pour les clients ayant un panier contenant peu d'articles. Le temps d'attente $T_2$, exprimé en minute, à chacune de ces caisses automatiques est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart-type 1,5. Calculer la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre 0,75 minute et 6 minutes.

Il s'agit de calculer $P(0{,}75$
$\leqslant$
$T_2$
$\leqslant$
6) à la calculatrice, où la variable aléatoire $T_2$ suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart-type 1,5.

3. Ces caisses automatiques tombent souvent en panne. On donne les informations suivantes :

- le nombre de caisses automatiques est $n = 10$ ;
- la probabilité qu'une caisse automatique tombe en panne pendant une journée donnée est $p = 0{,}1$ ;
- une panne constatée sur une caisse automatique n'influence pas les autres caisses automatiques.

Soit $X$ la variable aléatoire correspondant au nombre de caisses automatiques qui tombent en panne pendant une journée donnée.

a) Quelle est la loi de probabilité suivie par $X$ ? Préciser ses paramètres.

Montrez que la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale.

b) Calculer la probabilité pour qu'aucune caisse automatique ne tombe en panne pendant une journée donnée.

Il s'agit de calculer $P(X = 0)$.

4. Sur la devanture de son magasin, le gérant du supermarché affiche :
« Plus de 90 % des clients de notre magasin sont satisfaits par la mise en place de nos caisses automatiques. »
Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation. Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 763 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques.
Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

Il s'agit de vérifier si la fréquence observée avec l'échantillon appartient ou non à l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % des clients satisfaits par la mise en place des caisses automatiques.