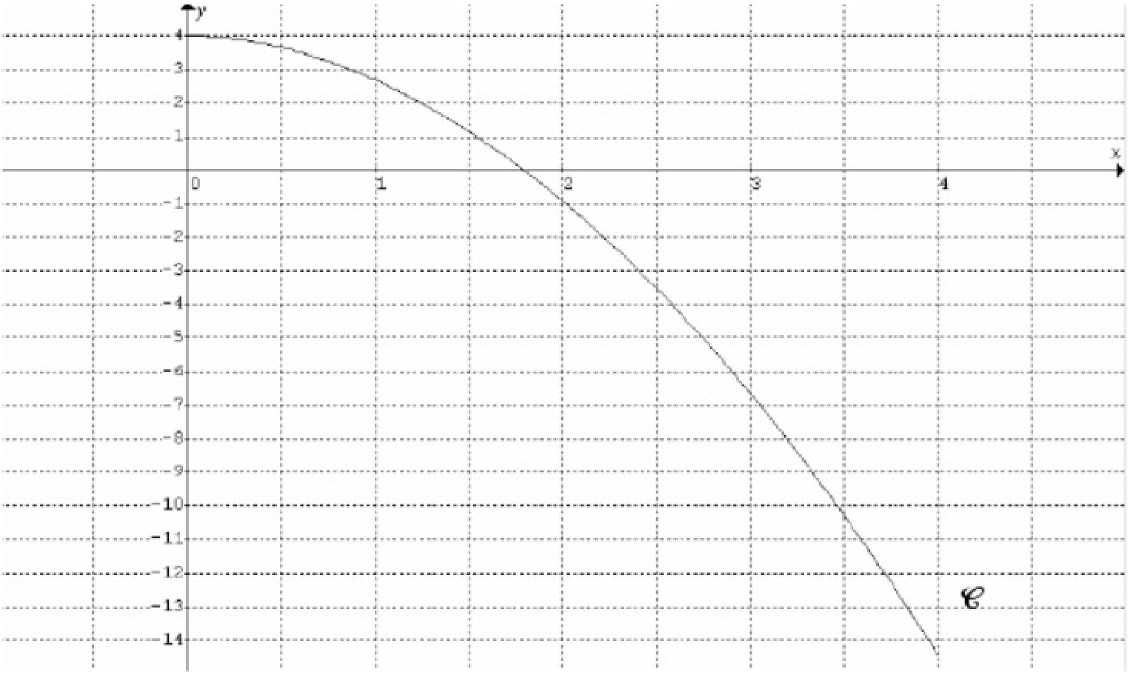
Énoncé

Soit *f* la fonction définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 4] par :
$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1)$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal ci-dessous.
On note *f'* la fonction dérivée de *f* sur l'intervalle [0 ; 4].

Courbe de la fonction *f*



1 Calculer
$f'(x)$

.

2 Justifier le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 4].

3 Montrer que, sur l'intervalle [0 ; 4], l'équation
$f(x) = 0$

possède une unique solution α. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01.
En déduire le signe de *f*(*x*) sur l'intervalle [0 ; 4].

4 On définit la fonction *F* dérivable sur l'intervalle [0 ; 4] par :
$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1)$.
Montrer que *F* est une primitive de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 4].

5 Soit *A* l'aire, en unités d'aire, du domaine $\mathcal{D}$ délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation
$x = 0$
et
$x = 1$
.

a) Hachurer le domaine $\mathcal{D}$ sur la figure précédente.

b) Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de *A*.

c) Calculer la valeur exacte en unités d'aire de *A*. Vérifier la cohérence de vos résultats.