Fiche

Définition

Factoriser, c'est transformer une expression en la faisant passer d'une somme à un produit.

Formule

$\boldsymbol{k \times A + k \times B = k \times (A + B)}$.

• Pour réussir à factoriser, il faut donc identifier le facteur commun k, puis A et B.

• Ensuite, il faut remplacer les valeurs trouvées dans la formule.

Exemple

Factoriser l'expression $(x + 3)(x + 1) + (x + 3)(2x + 7)$.

• Cette expression est de la forme $k \times A + k \times B$, avec :
- $k = (x + 3)$
- $A = (x + 1)$
- $B = (2x + 7)$

• Or $k \times A + k \times B = k \times (A + B)$.

• Donc $(x + 3)(x + 1) + (x + 3)(2x + 7) = (x + 3) \times$
$[(x + 1) + (2x + 7)]$. On met des crochets car il y a déjà des parenthèses.

• D'où $(x + 3)(x + 1) + (x + 3)(2x + 7) =$
$(x + 3) \times (x + 1 + 2x + 7)$.

• Soit finalement $(x + 3)(x + 1) + (x + 3)(2x + 7) =$
$(x + 3) \times (3x + 8)$. Le sigle $\times$ est facultatif entre $(x + 3)$ et $(3x + 8)$.

Adaptation de la formule

a. La formule peut être adaptée de deux façons :
- dans une multiplication, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance. Donc $A \times k + B \times k = k \times (A + B)$, car $k \times A = A \times k$;
- soustraire un nombre revient à ajouter son opposé. Donc $A \times k - B \times k = k \times (A - B)$.

Exemple

Factoriser $7(x + 1) - x(x + 1)$.

• Cette expression est de la forme $A \times k - B \times k$, avec $k = (x + 1)$, $A = 7$ et $B = x$.
Or $A \times k - B \times k = k \times (A - B)$.
Donc $7(x + 1) - x(x + 1) = (x + 1) \times (7 - x)$.

b. Lorsqu'il y a plusieurs termes, il faut « allonger » la formule.
$k \times A + k \times B + k \times C = k \times (A + B + C)$

Exemple

Factoriser $7(x + 1) - 2(x + 1) + x(x + 1)$.

• Cette expression est de la forme $A \times k - B \times k + C \times k$, avec $k = (x + 1)$, $A = 7$, $B = 2$ et $C = x$.
Or $A \times k - B \times k + C \times k = \mathrm{k} \times (A - B + C)$.
Donc $7(x + 1) - 2(x + 1) + x(x + 1) = (x + 1) \times (7 - 2 + x)$.
Soit finalement $7(x + 1) - 2(x + 1) + x(x + 1) = (x + 1)(x + 5)$.

c. Parfois, le facteur commun est caché !

Exemple

Factoriser $3x^2 + x$.
Il faut essayer de le faire apparaître : $3x^2 + x = 3 \times x \times x + 1 \times x$.
On a $3 \times x \times x + 1 \times x$.
C'est de la forme $A \times k + B \times k$, avec $k = x$, $A = 3 \times x = 3x$ et $B = 1$.

Or $A \times k + B \times k = k \times (A + B)$.
Donc $3 \times x \times x + 1 \times x = x \times (3x + 1)$.

© 2000-2025, Miscellane